

Guía 7: Integral Definida y Áreas bajo Curvas

Instrucciones: Desarrolle los ejercicios en su cuaderno de manera ordenada. Recuerde que estos ejercicios serán tomados en cuenta para los controles y solemnes.

1. Integrales definidas

Determine el valor numérico exacto de las siguientes integrales definidas utilizando el Teorema Fundamental del Cálculo y los métodos de integración correspondientes. Simplifique su respuesta al máximo.

a) $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$

b) $\int_1^4 (\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}) dx$

c) $\int_0^{\ln 3} e^x dx$

d) $\int_1^{e^2} \frac{1}{x} dx$

e) $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$

f) $\int_{-1}^2 (x^3 - 4x) dx$

g) $\int_1^2 \frac{x^2+2}{x} dx$

h) $\int_0^1 2xe^{x^2} dx$

i) $\int_0^2 \frac{2x}{x^2+1} dx$

j) $\int_0^3 x\sqrt{x^2+16} dx$

k) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

l) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1} dx$

m) $\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$

n) $\int_1^2 x^2(x^3-1)^3 dx$

ñ) $\int_0^1 xe^x dx$

o) $\int_1^e x \ln x dx$

p) $\int_1^2 \ln x dx$

q) $\int_0^1 x^2 e^x dx$

r) $\int_1^e (\ln x)^2 dx$

s) $\int_0^2 (x+1)e^{-x} dx$

t) $\int_1^4 \sqrt{x} \ln x dx$

u) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$

v) $\int_2^3 \frac{1}{x^2-1} dx$

w) $\int_3^5 \frac{2x}{x^2-4} dx$

x) $\int_4^5 \frac{1}{x^2-5x+6} dx$

y) $\int_2^4 \frac{3}{x^2+x-2} dx$

z) $\int_0^1 \frac{x-4}{x^2-5x-6} dx$

a1) $\int_2^3 \frac{2x-1}{x^2-x} dx$

b1) $\int_5^6 \frac{4x}{x^2-16} dx$

c1) $\int_2^4 \frac{1}{x^3-x} dx$

2. Área Bajo Curvas

Plantee la integral definida necesaria, o la suma de integrales según el caso, y calcule el área geométrica de la región descrita en cada caso. Recuerde identificar las intersecciones con el eje X cuando sea necesario y considerar que el área siempre es una cantidad positiva.

- a) Calcule el área bajo la curva $y = x^2 + 2$, por encima del eje X, delimitada por las rectas verticales $x = -1$ y $x = 2$.
- b) Determine el área comprendida entre $y = e^x$, el eje X, el eje Y ($x = 0$) y la recta $x = \ln(5)$.
- c) Halle el área bajo la función con radicales $y = \sqrt{x-1}$ en el intervalo cerrado $[2, 5]$.
- d) Calcule el área de la región limitada por la hipérbola $y = \frac{1}{x}$ y el eje X, entre $x = 1$ y $x = e^2$.
- e) Encuentre el área bajo la curva $y = xe^x$ en el intervalo $[0, 2]$.
- f) Determine el área de la región limitada por $y = \ln(x)$, el eje X y la recta $x = e$ (identifique primero la intersección de la curva con el eje X).
- g) Calcule el área comprendida entre la curva racional $y = \frac{2x}{x^2+1}$, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = 3$.
- h) Determine el área bajo la función exponencial $y = e^{2x}$ entre $x = 0$ y $x = 1$.
- i) Determine el área de la región acotada por la parábola cóncava hacia abajo $y = 4 - x^2$ y el eje X.
- j) Calcule el área comprendida exclusivamente entre la curva $y = -x^2 + 6x - 5$ y el eje horizontal X.
- k) Calcule el área acotada por la curva $y = 9 - x^2$, el eje X y el eje Y, ubicada exclusivamente en el primer cuadrante.
- l) Determine el área de la región acotada por $y = -x^2 + 8x$ y el eje X.
- m) Encuentre el área geométrica de la región delimitada por la función $y = x^2 - 4x + 3$ y el eje X.
- n) Halle el área limitada por $y = x^2 - 2x$ y el eje X.
- ñ) Halle el área limitada por $y = x^3 - x$ y el eje X, exclusivamente en el primer cuadrante.
- o) Calcule el área total de la región acotada por la curva cúbica $y = x^3$, el eje X y las rectas verticales $x = -2$ y $x = 2$.
- p) Encuentre el área bajo la función racional $y = \frac{1}{x+1}$, el eje X y delimitada por $x = 0$ y $x = 3$.
- q) Calcule el área comprendida entre la curva $y = \frac{x}{x^2+4}$, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.
- r) Calcule el área comprendida entre la curva $y = x \ln(x)$, el eje X y la recta vertical $x = e$.
- s) Determine el área limitada por la curva fraccionaria $y = \frac{3}{x^2+x-2}$, el eje X y las rectas $x = 2$ y $x = 4$.