

Guía 8: Área entre Curvas y Excedentes

Instrucciones: Desarrolle los ejercicios en su cuaderno de manera ordenada. Recuerde que estos ejercicios serán tomados en cuenta para los controles y solemnes.

1. Área entre Curvas

Para cada uno de los siguientes ejercicios, encuentre primero los puntos de intersección entre las curvas para determinar los límites de integración. Luego, plantee la integral definida que calcula el área encerrada entre ellas y determine su valor.

- a) Calcule el área de la región encerrada por la parábola $y = x^2$ y la recta horizontal $y = 9$.
- b) Determine el área limitada por las curvas $y = 4 - x^2$ y el eje X ($y = 0$).
- c) Encuentre el área comprendida entre la parábola $y = x^2 - 2x$ y la recta $y = x$.
- d) Halle el área de la región delimitada por las parábolas $y = -x^2 + 4x$ e $y = x^2 - 2x$.
- e) Calcule el área encerrada por la curva cúbica $y = x^3$ y la recta $y = x$, considerando exclusivamente la región en el primer cuadrante ($x \geq 0$).
- f) Determine el área acotada por la parábola $y = x^2 + 1$ y la recta $y = 2x + 4$.
- g) Encuentre el área comprendida entre las curvas exponenciales $y = e^x$, $y = e^{-x}$, y la recta vertical $x = 1$.
- h) Calcule el área de la región limitada por la hipérbola $y = \frac{4}{x}$ y la recta $y = 5 - x$.
 - i) Halle el área encerrada entre la curva $y = x^2 - 4x + 3$ y el eje X.
 - j) Determine el área de la región comprendida entre las curvas $y = \sqrt{x}$ e $y = x^2$.
 - k) Calcule el área acotada por la función radical $y = 2\sqrt{x}$ y la recta $y = x$.
 - l) Encuentre el área de la región delimitada por la parábola $y = 6 - x^2$ y la recta $y = x$.
- m) Halle el área comprendida entre las parábolas $y = x^2 - 5x + 4$ e $y = -x^2 + 5x - 4$.
- n) Calcule el área acotada por la curva racional $y = \frac{1}{x^2}$, la recta $y = x$, y la recta vertical $x = 3$. (Sugerencia: bosqueje el gráfico para identificar los límites).
- ñ) Determine el área de la región encerrada por la parábola $y = -x^2 + 5x - 6$ y el eje horizontal X.
 - o) Encuentre el área comprendida entre las curvas $y = 3x^2 - 3$ e $y = 2x^2 + 1$.
 - p) Halle el área de la región delimitada por la curva $y = 8x - x^2$ y la recta horizontal $y = 12$.

- q) Calcule el área encerrada entre $y = e^{2x}$, $y = e^x$, y la recta vertical $x = \ln(3)$.
- r) Determine el área acotada por la curva $y = x^3 - 4x$ y el eje X, exclusivamente en el intervalo $x \geq 0$.
- s) Encuentre el área de la región limitada por la curva $y = \frac{8}{x}$ y la recta $y = 6 - x$.

2. Excedentes del Consumidor y del Productor

Para cada uno de los siguientes mercados, encuentre primero el punto de equilibrio (q_0, p_0) igualando las funciones de Demanda $D(q)$ y Oferta $O(q)$. Luego, plantee la integral correspondiente para responder la pregunta. **Nota:** Solo calcule el excedente solicitado en cada enunciado.

- a) El mercado local de zapatos artesanales presenta una demanda modelada por $D(q) = 100 - 2q$ y una oferta dada por $O(q) = 20 + 2q$. Calcule el **Excedente del Consumidor**.
- b) En la industria de relojes inteligentes, los consumidores se rigen por $D(q) = 150 - 3q$ y los fabricantes ofrecen según $O(q) = 30 + q$. Determine el **Excedente del Productor**.
- c) Una importadora de sillas de oficina estima su función de demanda en $D(q) = 200 - q$ y su oferta en $O(q) = 50 + 2q$. Halle el **Excedente del Consumidor**.
- d) Para un paquete de suscripciones de software corporativo, el mercado establece $D(q) = 280 - 4q$ y $O(q) = 40 + 2q$. Calcule el **Excedente del Productor**.
- e) El comercio de bicicletas eléctricas en una comuna se rige por la demanda $D(q) = 500 - 5q$ y la oferta $O(q) = 100 + 3q$. Determine el **Excedente del Consumidor**.
- f) Para un festival de música, la disposición a pagar por las entradas sigue $D(q) = 120 - q^2$, mientras que la productora ofrece los tickets según $O(q) = 10q + 24$. Halle el **Excedente del Productor**.
- g) La comercialización de vinos de reserva obedece a una demanda de $D(q) = 250 - q^2$ y una oferta de $O(q) = 10q + 131$. Calcule el **Excedente del Consumidor**.
- h) En el mercado de auriculares inalámbricos, la función de demanda es $D(q) = 144 - q^2$ y la de oferta es $O(q) = 48 + 0,5q^2$. Determine el **Excedente del Productor**.
- i) Las ventas mensuales de monopatinés eléctricos tienen una demanda $D(q) = 600 - q^2$ y una oferta $O(q) = 100 + 4q^2$. Halle el **Excedente del Consumidor**.
- j) Una marca de perfumes exclusivos enfrenta una demanda $D(q) = -q^2 - 2q + 100$ y un comportamiento de oferta $O(q) = q^2 + 4q + 20$. Calcule el **Excedente del Productor**.
- k) El mercado de lámparas de diseño de interiores muestra una demanda de $D(q) = 100 - 2q^2$ y una oferta de $O(q) = q^2 + 5q$. Determine el **Excedente del Consumidor**.
- l) Para drones de fotografía aérea, el mercado se modela mediante $D(q) = -2q^2 - 10q + 1500$ y $O(q) = 3q^2 + 10q + 800$. Halle el **Excedente del Productor**.
- m) La venta de discos duros externos sigue una demanda racional $D(q) = \frac{800}{q+4}$ y una oferta lineal $O(q) = 2q + 8$. Calcule el **Excedente del Consumidor**.

- n) Los fabricantes de fundas para tablets ofrecen sus productos según $O(q) = 3q + 6$, frente a una demanda de $D(q) = \frac{300}{q+2}$. Determine el **Excedente del Productor** .
- ñ) Para monitores de computadora de alta resolución, la demanda es $D(q) = \frac{1600}{q+5}$ y la oferta es $O(q) = 4q + 20$. Halle el **Excedente del Consumidor** .
- o) El mercado de tazas térmicas de campamento está definido por $D(q) = \frac{64}{q+1}$ y $O(q) = q + 1$. Calcule el **Excedente del Productor** .
- p) Una tienda de repuestos vende teclados mecánicos donde los compradores siguen $D(q) = \frac{500}{q+5}$ y los importadores $O(q) = 5q + 25$. Determine el **Excedente del Consumidor** .
- q) La demanda de consolas de videojuegos retro está dada por $D(q) = 400 - 2q^2$, mientras que los ensambladores ofrecen según $O(q) = 100 + q^2$. Halle el **Excedente del Productor** .
- r) El mercado de smartphones de alta gama tiene una curva de demanda $D(q) = 1200 - 3q^2$ y una oferta $O(q) = 300 + 6q^2$. Calcule el **Excedente del Consumidor** .
- s) Una boutique que diseña chaquetas de cuero experimenta una demanda de $D(q) = -q^2 - 4q + 160$ y una oferta de $O(q) = 2q^2 + 3q + 50$. Determine el **Excedente del Productor** .